CPE (SEGUNDO CURSO)

PRÁCTICA 16

(Curso 2024–2025)

- 1.— Una empresa de fabricación de cables decide realizar un control de calidad de las bobinas realizando $n = 4$ ensayos destructivos. De esta manera se obtienen 4 medidas experimentales del límite elástico del cable. Se supone que las medidas son independientes y responden a una distribución $N(m, \sigma^2)$, donde σ^2 es desconocida. El control se efectúa mediante un contraste de hipótesis con significación $\alpha = 0.1$ sobre

$$H_0 : m \geq 400, \quad H_1 : m < 400$$

En una prueba se obtuvo una media muestral de 375 y una desviación típica $S^* = 25$. Se pide:

- a) Determinar el estadístico adecuado para el contraste y la correspondiente región de aceptación.
- b) Determinar la probabilidad del error Tipo II si el verdadero límite elástico medio fuera de 380.
- c) Determinar la probabilidad de rechazar la hipótesis primaria si el verdadero límite elástico medio fuera 405.
- d) Supóngase que con la misma significación y el mismo número de datos, pero con otros valores muestrales, se ha obtenido que el error Tipo II para $m = 380$ es 0.08484 y la probabilidad de rechazar la hipótesis primaria para $m = 405$ es 0.29530. Determinéase cual fue en este caso la región de aceptación y cuál es el valor de la desviación típica muestral obtenida

Nota: todos los valores de los límites elásticos se indican en MPa

-
- 2.— Un conductor tarda un tiempo X en pagar un peaje. Se supone que X responde a una distribución exponencial de parámetro λ trasladada al rango $[3, \infty)$ (en segundos). Para estimar el parámetro λ se espera que paguen 100 conductores y se anota el tiempo que ha tardado el conductor más rápido. Esta operación se repite n veces para obtener los tiempos mínimos $y_1, y_2, \dots, y_n$. Se pide:

- a) Hallar la distribución de Y , tiempo mínimo de pago entre 100 conductores.
- b) Establecer la ecuación que debe satisfacer el estimador de máxima verosimilitud de λ , basado en los datos $y_1, y_2, \dots, y_n$.
- c) Dar un intervalo de confianza del 90 % sobre λ , de la forma $IC_{1-\alpha} = (\lambda \geq a)$ en el caso $n = 1, Y_1 = 3.2$.
- d) ¿Qué debe hacerse en el apartado c) si $n = 500$?

-
- 3.— El consumo diario de agua, X , en m^3 , en una cierta instalación, sigue una distribución uniforme entre 0 y el consumo máximo a (es decir, $X \equiv U(0, a)$). Se quiere contrastar, con un nivel de significación del 5 %, la hipótesis de que el consumo máximo es de 25 m^3 frente a la alternativa de que es menor que esa cantidad. Para ello, se toma una muestra de diez días, en los que el consumo de agua en m^3 resulta ser: 10, 12, 15, 12, 20, 16, 9, 17, 14 y 11.

- a) ¿Qué hipótesis debe ser aceptada?

- b) Si el verdadero consumo máximo fuese de 20 m^3 , ¿qué probabilidad tendríamos de aceptar la hipótesis primaria?
- c) Con estos datos, ¿a qué nivel máximo de significación puede aceptarse la hipótesis primaria?
- d) Comentar cómo cambiaría el resultado si la hipótesis alternativa hubiera sido *el consumo máximo es distinto que esa cantidad*.

4.— Una compañía especializada en transportes pesados realiza la siguiente oferta a una empresa de construcción de álabes de aerogeneradores que necesita enviar su mercancía a un determinado puerto de mar para embarcarlas. El tiempo de viaje hasta el puerto se pacta en una cifra T_0 . Si el camión tarda T_0 el precio acordado es fijo. Ese precio cubre los gastos del transporte, por lo que teóricamente, la empresa de transporte no obtendría ningún beneficio. Llamemos $X = T - T_0$, el tiempo de retraso ($X \geq 0$) o de adelanto ($X < 0$) del camión. Si el camión se retrasa, la empresa de transporte pagaría una multa de $40X^2$. Si por el contrario, el camión se adelanta, la empresa obtendría un pago adicional de $-10X^3$. La empresa sabe que este tiempo X de retraso o adelanto es aleatorio con la siguiente distribución:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{-xe^{-(x/t)^2}}{t^2} & x \leq 0 \\ \frac{xe^{-(x/t)^2}}{t^2} & x > 0 \end{cases}$$

Por encargos anteriores, la empresa de transporte tiene una muestra de 12 encargos similares, de donde obtuvo la siguiente muestra, considerada aleatoria, de la variable X : 11.3, -3.5, -4.5, -7.2, 3.7, 3.5, -2.3, -0.87, 2.2, 2.5, -5.3, -4.1

Se pide:

- a) Determinar un estimador del parámetro t mediante el método de máxima verosimilitud.
- b) En el caso de que la fábrica aceptase la oferta, ¿es ésta beneficiosa para la empresa de transporte? Justificar la respuesta.

Nota 1: $n = 12$, $\sum x_i = -4.57$, $\sum x_i^2 = 300$

Nota 2: $\int_0^\infty x^2 e^{-(x/t)^2} dx = \frac{t^3 \sqrt{\pi}}{4}$, $\int_0^\infty x^3 e^{-(x/t)^2} dx = \frac{t^4}{2}$, $\int_0^\infty x^4 e^{-(x/t)^2} dx = \frac{3t^5 \sqrt{\pi}}{8}$

- 5.— Las ventas de un comercio se producen según un proceso de Poisson de parámetro $\nu = 2$ (ventas/hora). Los ingresos por cada venta se suponen independientes y exponencialmente distribuidos con parámetro $\lambda = (1/60) \text{ €}^{-1}$.
- a) Determinése la distribución de los ingresos en una jornada de 8 horas, su media y su varianza.
 - b) Calcúlese la distribución de la venta de mayor cuantía realizada en 8 horas.