CPE (SEGUNDO CURSO)

PRÁCTICA 5 (Curso 2024–2025)

1.– Las dimensiones de una plancha metálica rectangular, X e Y pueden considerarse aleatorias, con distribuciones

$$f_X(x) = \begin{cases} x-1 & 1 \leq x < 2 \\ -x+3 & 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \textit{en otra parte} \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} 1/2 & 2 \leq y \leq 4 \\ 0 & \textit{en otra parte} \end{cases}$$

Deducir la distribución del área de la plancha.

2.– Considérense las variable aleatorias X e Y cuya función de densidad conjunta es:

$$f_{X,Y}(x,y) = e^{-y}, \quad x \geq 0, \quad y \geq x.$$

a) Calcular la distribución de la variable $Z = X + Y$

3.– La Dirección General de Tráfico ha decidido colocar n radares móviles al azar en el tramo de carretera que une los centros de las ciudades A y B. La situación de estos radares no cambia durante el día, pero sí de un día al siguiente, de forma que los automovilistas que viajan por dicha carretera no conocen su situación hasta que encuentran la señal de "Velocidad controlada por radar" adecuadamente colocada, de acuerdo con la legislación vigente. Un automovilista sale un día cualquiera de A para dirigirse a C, que es un punto situado exactamente a mitad de distancia entre A y B.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no encuentre ningún radar en su viaje?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que los encuentre todos?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que encuentre como máximo un radar?

d) ¿Cómo cambian estas probabilidades al aumentar n?

4.– La intensidad luminosa observada en un punto, I, puede expresarse como $I = C/D^2$, donde C es la intensidad de la fuente luminosa medida en origen y D es la distancia desde el punto de observación a dicha fuente. Si se supone que C y D son independientes, y

$$f_C(c) = 1, \quad 1 \leq c \leq 2,$$

$$f_D(d) = e^{-d}, \quad d \geq 0,$$

calcular la distribución de I.

5.– En una cierta obra, sea X el tiempo en que el trabajo se interrumpe en un año por culpa de la lluvia, e Y el tiempo en que la interrupción del trabajo al año es debida a averías de la maquinaria. X e Y se consideran variables aleatorias independientes, con distribuciones $f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0$ y $f_Y(y) = \lambda e^{-\lambda y}, \quad y \geq 0$. Considérense las siguientes variables: $U \equiv$ "tiempo total al año en que el trabajo se interrumpe", y $V \equiv$ "porcentaje de interrupción debido a la lluvia (en tanto por uno)".

a) ¿Son U y V independientes?

b) Calcular la función de densidad de V